

Estudos de Arranjos não-Convencionais, Vertedouro Lateral e Canal de Aproximação de Usinas

André L. T. Fabiani, José J. Ota, Marcos C. Palú, Alvaro L. de Araujo e Hélio C. de B. Franco

Resumo – Este artigo apresenta um estudo em modelos reduzidos de um vertedouro lateral em canal de adução de usina - com trecho em curva - com o objetivo de determinar sua capacidade de descarga. A determinação da capacidade de descarga do vertedouro reto em condições normais de operação foi feita em um modelo seccional. Os testes com o projeto básico no modelo geral mostraram uma forte influência da topobatimetria de jusante, causando o afogamento do vertedouro e até fluxo reverso em um trecho do vertedouro. No projeto alternativo foram consideradas escavações que eliminam esse afogamento. Com medições de níveis e velocidades do escoamento no canal foi possível definir a partição da vazão em cada trecho do vertedouro. Essa análise permitiu concluir que a influência da curva é tanto menor quanto maior a vazão e que grande parte do fluxo efluente ocorre no trecho reto onde o fluxo incide de forma convencional.

Palavras-chave – Canal de Adução; Capacidade de descarga; Vertedouro Lateral

I. INTRODUÇÃO

O vertedouro caracteriza-se por uma estrutura que permite a passagem segura das enchentes, protegendo a barragem e garantindo a sua integridade. Atualmente buscando economia em obras, procura-se projetar obras que tenham várias finalidades. Com isso, passaram a ser projetados, por exemplo, vertedouros em canais de adução longos, o que é um arranjo não-convencional de obra. Existe um projeto piloto com essas características que tornou-se objeto de estudo. Trata-se de um vertedouro longo – 850 m – com um trecho de 190 m com escoamento convencional, 220 m em curva côncava e o restante em vertedouro lateral retilíneo. Além do

Este trabalho foi desenvolvido no âmbito do Programa de Pesquisa e Desenvolvimento Tecnológico do Setor de Energia Elétrica regulado pela ANEEL e consta dos Anais do V Congresso de Inovação Tecnológica em Energia Elétrica (V CITENEL), realizado em Belém/PA, no período de 22 a 24 de junho de 2009.

Agradecimentos a apoio dado pelas Centrais Elétricas do Norte do Brasil S/A – ELETRONORTE.

A. L. T. Fabiani e J. J. Ota trabalham no LACTEC CEHPAR – Instituto de Tecnologia para o Desenvolvimento – e na UFPR – Universidade Federal do Paraná (e-mails: andre@lactec.org.br; ota@lactec.org.br).

M. C. Palú mestrando do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental – PPGERHA – da UFPR, atualmente trabalhando na ENGEVIX (email: marcos.palu@engevix.com.br).

A. L. de Araujo e H. C. de B. Franco trabalham na ELETRONORTE – Centrais Elétricas do Norte do Brasil S/A (e-mail: alvaro@eln.gov.br; hfranco@rln.gov.br).

estudo teórico, a pesquisa foi realizada através de modelagem física do problema, com a construção e operação de dois modelos reduzidos: um bidimensional e outro tridimensional. A análise foi realizada dividindo o canal em partes de comportamento semelhante, buscando desenvolver uma metodologia para abordagem teórica que conduzisse aos mesmos resultados medidos no modelo do caso-piloto. Assim projetos futuros semelhantes poderão ser feitos com maior rapidez e precisão.

II. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Uma revisão bibliográfica básica ([01]- [05]) mostrou que o problema deste tipo de projeto é determinar o coeficiente de descarga (C) do vertedouro, baseado na fórmula clássica:

$$Q = C.L.H^{3/2}, \quad (1)$$

Onde: Q = vazão escoada, em m^3/s ;
 L = comprimento da crista, em m;
 H = carga sobre a crista, em m.

O coeficiente C depende da forma da crista e da carga de operação.

Diversos autores ([6]-[37]) apresentam formulações variadas para a determinação do coeficiente de descarga e para o equacionamento dos vertedouros laterais.

A. Equação da Energia em canais

Em um canal de pequena declividade considerando-se escoamento unidimensional, a aplicação do princípio da conservação de energia entre duas seções consecutivas fornece a equação (2), conforme indicado na figura 1.

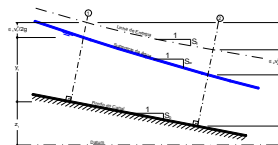


Figura 1 - Aplicação do Princípio da Energia em canais. [33]

$$z_1 + y_1 + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + y_2 + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} + h_f \quad (2)$$

onde:

z = elevação do ponto acima do datum;

y = profundidade da água no canal;

v = velocidade média do escoamento na seção;

g = aceleração devido à gravidade;

α = coeficiente corretor de energia cinética (ou de Coriolis) para compensar os efeitos da não-uniformidade na distribuição de velocidades do escoamento;

h_f = energia dissipada por unidade de peso (perda de carga) no trecho do canal.

Os índices 1 e 2 referem-se às respectivas seções consecutivas 1 e 2.

A energia específica em uma seção de um canal é definida como a energia medida a partir do fundo do canal, e é dada pela seguinte equação:

$$E = y + \alpha \frac{v^2}{2g} \quad (3)$$

Em certas ocasiões existem dificuldades em projetos de canais curvos devido à complexidade do fluxo em torno de trajetórias curvilíneas. A força centrífuga atuante no fluxo produz uma característica conhecida como superelevação, isto é, uma elevação no lado externo da curva acompanhada de um declínio no lado interno. Também a distribuição de velocidades na seção do canal na curva é bastante irregular e os coeficientes α e β são consideravelmente maiores que a unidade. O coeficiente β é denominado coeficiente corretor da quantidade de movimento, ou coeficiente de Boussinesq.

B. Fluxo Espiral

Fluxos espirais existem em canais retilíneos e curvos, entretanto em canais curvos devido à força centrífuga, esse fenômeno é mais pronunciado e irregular ao longo das curvas.

Para quantificar a magnitude deste efeito, é utilizado um termo chamado intensidade do fluxo espiral, dada por:

$$S_{xy} = 100 \cdot \frac{V_{xy}^2}{V^2} \quad (4)$$

onde:

V_{xy} = velocidade média projetada no plano xy (plano transversal da seção do escoamento)

V = velocidade média na seção.

Para um fluxo com todas as linhas de correntes paralelas ao eixo do canal temos: $S_{xy} = 0$.

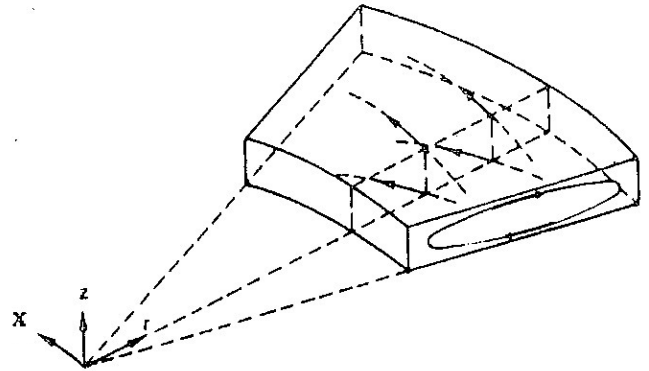


Figura 2 – Fluxo Secundário Em Canais Curvos (ref. [06])

Segundo resultados experimentais obtidos por Shukry, em 1950 e mostrados na ref. [32] para um escoamento subcrítico em torno de uma curva em uma calha metálica retangular, obteve-se as seguintes conclusões:

S_{xy} é comparativamente alto para um raio pequeno no fluxo de aproximação, mas decresce consideravelmente com o acréscimo deste raio;

S_{xy} decresce gradualmente com o acréscimo da razão raio-largura r_c/b e mantém-se praticamente em uma magnitude mínima para $r_c/b = 3,0$;

S_{xy} decresce com o acréscimo da razão profundidade-largura y/b ;

S_{xy} aumenta à medida que o ângulo de abertura da curva θ torna-se maior;

A energia cinética das correntes laterais em uma curva é relativamente pequena, se comparada com a energia das correntes longitudinais, e conseqüentemente, tem uma participação menor na perda de energia em curvas.

O fluxo espiral ocorre tanto em rios como em canais artificiais, entretanto este pode não ocorrer em canais curvos se a intensidade do fluxo espiral for tão pequena que o efeito seja eliminado pela resistência do canal.

C. Superelevação

A superelevação ocorre devido à força centrífuga atuante na curva, com uma considerável variação de velocidade entre os bordos internos e externos. Em estudos experimentais nos resultados obtidos por Shukry em 1950 mostrados na referência [32], observa-se que o caminho da máxima velocidade desvia-se do seu curso normal, quanto este se aproxima da curva. O trajeto de máxima velocidade quase toca a parede interna do canal e a superfície da água neste ponto alcança uma elevação mínima. Após este ponto o trajeto move-se gradualmente para fora. Estas características podem ser observadas na figura 3.

Um bom resultado para a determinação da superelevação foi obtido por Woodward em 1920 (ref. [32]), que assumindo

uma velocidade nula nas margens e um valor máximo V_{\max} ao centro, seguindo uma variação parabólica, e utilizando a segunda lei de Newton, obteve a seguinte fórmula:

$$\Delta h = \frac{V_{\max}^2}{g} \left[\frac{20}{3} \frac{r_c}{b} - 16 \frac{r_c^3}{b^3} + \left(\frac{4r_c^2}{b^2} - 1 \right)^2 \ln \frac{2r_c + b}{2r_c - b} \right] \quad (5)$$

onde :

V_{\max} = velocidade máxima do escoamento na curva

r_c = raio da curva

b = largura da base do canal.

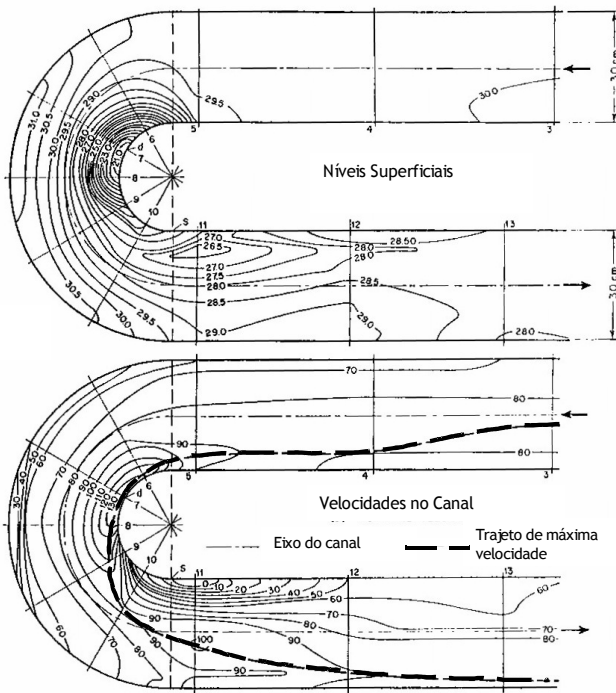


Figura 3—Contornos de Igual Superfície e Iguais Velocidades em um Canal Curvo.

D. Equacionamento do Caso de Vazão Decrescente

Podemos escrever que a variação da energia específica do escoamento, dada pela equação 3, ao longo do desenvolvimento do canal, é dada pela diferença entre as declividades do fundo (S_0) e a declividade da linha de energia (S_f). Assim, teremos:

$$\frac{d}{dx} E = (S_0 - S_f) \quad (6)$$

Para o equacionamento do caso onde se tem vertimento lateral em um canal podemos proceder com a substituição da equação (3) em (14) e assim obteremos:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f - \frac{\alpha Q}{A^2 g} \frac{dQ}{dx}}{1 - \alpha F_r^2} \quad (7)$$

onde:

dQ/dx = é a variação da vazão ao longo da distância x no canal;

$$F_r^2 = \frac{Q^2 B}{A^3 g}$$

Deve-se notar que Q não é função de x apenas, pois a magnitude do fluxo vertido é dependente da profundidade do escoamento no canal principal.

E. Vertedores laterais

Vertedores laterais são estruturas hidráulicas de controle utilizadas para desviar a vazão de um canal principal para um outro canal lateral (ou reservatório) quando o nível de água no canal principal excede a cota da crista do vertedor.

A função mais comum de um vertedor lateral é remover o fluxo de um canal prevenindo que a capacidade de jusante (seja em relação a níveis ou vazões) seja excedida. Um requisito usual destes vertedores é que sua função seja alcançada sem grandes acréscimos no nível de água no canal principal.

Os vertedores laterais têm seu uso bastante difundido em canais de irrigação, onde a vazão adicional, devido às cheias, é desviada através do vertedor lateral garantindo a capacidade de vazão do canal a jusante. Algumas outras aplicações deste tipo de estrutura são listadas abaixo:

- Canais navegáveis;
- Estruturas de controle de rios;
- Estações de tratamento de água e esgoto;
- Vertedores adicionais ou até mesmo principais em reservatórios.

F. Condições de Fluxo em Vertedores Laterais

As condições de fluxo em vertedores laterais são significativamente mais complexas do que em vertedores convencionais, pois são locados transversalmente ao fluxo. Os principais fatores que dificultam a análise de um vertedor lateral são:

O escoamento é fortemente tridimensional. O fluxo das camadas superficiais adjacentes é fortemente arrastado pelo vertedor, enquanto o remanescente, próximo ao fundo e no lado oposto do canal é afetado de maneira menos significativa.

O fluxo atravessa a crista do vertedor formando ângulos oblíquos (diferentemente dos vertedores convencionais em que o ângulo é reto). Este ângulo não é constante e depende da velocidade de aproximação; quanto maior a velocidade, mais oblíquo será o ângulo. Também, o ângulo tenderá va-

riar ao longo do comprimento do vertedoro, isto é uma consequência direta do decréscimo na velocidade do fluxo que segue para jusante.

O nível de água no canal principal não permanece constante, isto é, pode aumentar ou diminuir conforme as condições do fluxo. Desta maneira haverá uma variação da carga atuante no vertedor com a variação da distância. Esta característica proporciona uma alteração na taxa de fluxo vertido por unidade de comprimento.

Estes fatos geram a necessidade de utilização de resultados experimentais ou numéricos para verificar a validade dos métodos propostos e seus limites de aplicação.

G. Teoria Geral dos Vertedores Laterais

A característica hidráulica de um vertedouro lateral esta no fato do fluxo atravessar a crista formando ângulos oblíquos e não ângulos retos, como nos vertedores convencionais. E como citado anteriormente, devido à locação do vertedouro em relação ao canal principal, este arrasta a porção de água que está mais próxima, gerando uma redistribuição do fluxo remanescente no canal principal. Como resultado tem-se um escoamento complexo com uma distribuição de velocidades tridimensional.

Apesar destas características dificultarem a análise destes vertedores, os métodos de projeto desenvolvidos e aceitos até hoje são baseados em descrições unidimensionais e simplificadas do fluxo. As aproximações consideradas são as seguintes:

Qualquer curvatura do fluxo é considerada pequena suficiente para manter a variação de pressão hidrostática;

A superfície da água em uma seção transversal no canal principal é horizontal (ainda que varie com a distância ao longo do canal), portanto a carga estática sobre a crista do vertedor é igual à profundidade da água menos a altura da crista sobre o fundo do canal;

O vertedor lateral age como um controle, com o escoamento passando pela profundidade crítica;

Qualquer não uniformidade na distribuição de velocidade no canal é considerado por coeficientes de descarga, coeficientes corretores de velocidade e da quantidade de movimento.

Dado que estas condições não são plenamente satisfeitas nos vertedores laterais deve-se esperar que os resultados baseados em métodos de equações unidimensionais não se ajustem perfeitamente com os dados experimentais. Deve-se ter em mente também que como o fluxo atravessa a crista do vertedor obliquamente não há razão para esperar coeficientes de descarga com as mesmas proporções dos vertedores convencionais.

A vazão por unidade de largura no vertedor lateral é dada pela referência [34]:

$$q_* = -\frac{2}{3}\sqrt{2g}C_D(y-P)^{3/2} \quad (8)$$

onde:

C_D = coeficiente de descarga

P = altura da crista do vertedouro lateral em relação ao fundo do canal

Considerando-se $\alpha = 1$ e fazendo alguns ajustes da equação (3) nós temos:

$$Q = By\sqrt{2g(E-y)} \quad (9)$$

Substituindo as equações (8) e (9) em (7), considerando-se que a energia específica é constante ao longo de todo o vertedor lateral, que o coeficiente α é igual à unidade e considerando canal horizontal ($S_0 = Sf = 0$), obtém-se a seguinte equação diferencial:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4}{3} \frac{C_D}{B} \sqrt{\frac{(E-y)(y-P)^3}{3y-2E}} \quad (10)$$

De Marchi, em 1934 (ref. [3]), foi o primeiro a integrar a equação (10). Considerando que C_D é independente de x , ele obteve a seguinte expressão:

$$x = \frac{3B}{2C_D} \left[\frac{2E-3P}{E-P} \sqrt{\frac{E-y}{y-P}} - 3\text{sen}^{-1} \sqrt{\frac{E-y}{E-P}} \right] + \dots \quad (11)$$

...+ constante

Considerando o início e o final do vertedor pelos sufixos 1 e 2 respectivamente, tem-se:

$$L = \frac{3}{2} \frac{B}{C_D} (\phi_2 - \phi_1) \quad (12)$$

onde:

$$\phi_i(y_i, E_i, P) = \dots \left[\frac{2E-3P}{E-P} \sqrt{\frac{E-y}{y-P}} - 3\text{arcsen} \sqrt{\frac{E-y}{E-P}} \right] \quad (13)$$

L = comprimento do vertedouro lateral

Porém surgem dificuldades para fixação das condições de contorno nesta equação. Tomando como exemplo o caso de um escoamento fluvial, o cálculo não poderá ser efetuado no sentido de jusante para montante, uma vez que não se conhece a vazão a jusante; nesse caso uma solução por tentativas seria necessária. Há também uma errônea suposição que o coeficiente corretor de velocidades é igual à unidade, tal afirmação não é verdadeira uma vez que a retirada de água do canal através do vertedouro lateral torna o perfil de velocidades absolutamente não-uniforme nas proximidades deste. Este fato, acrescido da possibilidade de canais com grande rugosidade, grande extensão ou não horizontais impõe

restrições à utilização da expressão desenvolvida por De Marchi.

H. Capacidade de Descarga de um Vertedor Lateral

Apesar do sólido embasamento teórico sabe-se que as equações possuem aproximações que não condizem com as condições reais do escoamento no vertedouro. Desta maneira, diversos autores apresentam formulações empíricas que procuram minimizar as imprecisões decorrentes das simplificações.

Os métodos apresentados referem-se apenas a canais retangulares, e são calculados para a equação (8).

A referência [27] utiliza o método de De Marchi e propôs uma equação, através de confirmações experimentais, para o coeficiente de De Marchi, tanto para fluxo subcrítico ou supercrítico a montante.

$$C_D = 0,864 \left(\frac{1 - F_{rm}^2}{2 + F_{rm}^2} \right)^{1/2}, \text{ para } F_{rm} < 1 \quad (14)$$

$$C_D = 0,36 - 0,08F_{rm}, \text{ para } F_{rm} > 1 \quad (15)$$

Onde F_{rm} representa o número de Froude do escoamento a montante do trecho considerado.

A referência [11] apresentou uma formulação para o coeficiente de descarga do vertedouro lateral levando em consideração diversos fatores como: o efeito da profundidade do fluxo, da velocidade de aproximação, do ângulo do fluxo pelo vertedouro lateral, e da forma do canal, no caso de canais com contração. Assim o coeficiente de descarga C_D é dado por:

$$C_D = \frac{9}{10\sqrt{2}} n_* \varphi \sqrt{H^3} \frac{(Y - W)^{3/2}}{(y - P)^{3/2}}. \quad (16)$$

$$\left[\frac{1 - W}{3 - 2Y - W} \right]^{1/2} \left\{ 1 - (\theta + S_0) \left[\frac{3(1 - Y)}{Y - W} \right]^{1/2} \right\}$$

onde:

$$Y = \frac{y}{E} \quad (17)$$

$$W = \frac{P}{E} \quad (18)$$

Com φ variando conforme a geometria da crista:

$$\varphi = \left\{ 1 + \left[\frac{\left(\frac{E - P}{E} \right)^3}{7} \right] \right\}, \text{ para soleira delgada} \quad (19)$$

$$\varphi = 1 - \frac{2}{9 \left[1 + \left(\frac{E - S}{e} \right)^4 \right]}, \text{ para soleira espessa} \quad (20)$$

onde:

n_* = número de lados do fluxo (1 ou 2)

φ = influência da forma crista do vertedouro

θ = dobro do ângulo de contração das paredes do canal

Para o caso em que a crista do vertedouro está no fundo do canal ($P = 0$), o autor apresenta a seguinte equação para C_D :

$$C_D = 0,485 \left[\frac{(2 + F_r^2)}{(2 + 3F_r^2)} \right]^{1/2} \quad (21)$$

Nesta equação, o número de Froude não é o de montante, mas sim o que varia ao longo da crista do vertedouro lateral.

A referência [28] propôs uma formulação para o coeficiente de descarga para fluxo com ou sem restrição (isto é, com ou sem paredes para “guiar” o fluxo após o vertedouro lateral), levando também em consideração a espessura da soleira:

Para fluxo irrestrito (sem paredes laterais):

$$C_D = 0,447 \left\{ \left[\left(\frac{44,7}{50 + \eta_s} \right)^{6,67} + \left(\frac{\eta_s}{\eta_s + 1} \right)^{6,67} \right] \times \left[\left(\frac{1,8}{\eta_e} \right)^{18} + 1 \right]^{-1} + 1,4 \left[1 + \left(\frac{\eta_e}{2} \right)^{18} \right]^{-1} \right\} \times \left(\frac{1 + 5,5\eta_e^{0,02}}{1 + 5,5\eta_e^{0,02} + 0,235\eta_e^{3,3} + 0,00588\eta_e^7} \right)^{6,67} \Bigg\}^{-0,15} \quad (22)$$

Para fluxo restrito (com paredes laterais):

$$C_D = 0,465 \left\{ \left[\left(\frac{46,5}{41,1 + \eta_s} \right)^{10} + \left(\frac{\eta_s}{\eta_s + 1} \right)^{10} \right] \times \left[\left(\frac{1,8}{\eta_e} \right)^{18} + 1 \right]^{-1} + 1,484 \left[1 + \left(\frac{\eta_e}{2} \right)^{18} \right] \right\} \times \left(\frac{1 + 2,9\eta_e^{0,02}}{1 + 2,9\eta_e^{0,02} + 0,224\eta_e^{1,79} + 0,0112\eta_e^{1,69}} \right)^{10} \Bigg\}^{-0,15} \quad (23)$$

$$\eta_s = \frac{(y - P)}{P} \quad (24)$$

$$\eta_e = \frac{(y - P)}{e} \quad (25)$$

onde:

e = espessura da soleira do vertedouro lateral

Os autores da referência [28] assumiram que se $\eta_e < 1$ o vertedouro lateral pode ser considerado como de soleira espessa; para $\eta_e > 3$ é considerado de soleira delgada. Valores intermediários classificam-se como em zona de transição. Foi utilizada a equação unidimensional do fluxo espacialmente variado utilizando o princípio da energia (equação 1), concomitantemente com as equações (22) a (25) para o confronto dos resultados teóricos com os experimentais.

A referência [33] faz uma análise teórica baseada no princípio da conservação da energia, levando em conta o declínio da superfície da água na direção transversal do canal e a inclinação do fluxo sobre o vertedouro. Parâmetros adimensionais são utilizados e as equações são resolvidas por métodos numéricos e técnicas computacionais. Tomando como base a formulação da referência [27] propõe-se uma variação do coeficiente de descarga no desenvolvimento do vertedouro. Para a resolução da equação de De Marchi é proposto um método numérico. A integral resultante é a seguinte:

$$\frac{L}{B} = - \frac{3}{2,444} \int_{z_1}^{z_2} \frac{2 - 3z}{\sqrt{(1 - z) \cdot (3\psi \cdot z - 2) \left(\psi \cdot z - \frac{P}{H} \right)^3}} dz \quad (26)$$

onde:

$$z = \frac{y}{H}$$

$$\psi = \frac{y'}{y}$$

y' = profundidade medida sobre a crista do vertedouro.

Com a função ψ ajustada segundo dados experimentais da referência [27], tendo a seguinte forma:

$$\psi = 1 - 0,036F_r, \text{ para } \frac{\Delta L}{b} \rightarrow 0 \quad (27)$$

O valor de C_D pode ser obtido com a resolução simultânea da equação (42) e da equação (23), já apresentada, de De Marchi:

$$L = \frac{3}{2} \frac{B}{C_D} (\phi_2 - \phi_1) \quad (28)$$

Para a resolução destas equações o número de Froude pode ser escrito da seguinte forma:

$$F_r = \sqrt{2 \left(\frac{1}{z} - 1 \right)} \quad (29)$$

O autor afirma que o seu modelo utilizado é baseado em princípios hidrodinâmicos e não há limitação para sua utilização. Faz uma comparação com resultados obtidos de diversas equações para coeficiente de descarga de vertedores

laterais e encontra grandes divergências. Estas divergências seriam devido à limitada escala de valores para as quais estas equações foram formuladas e ao empirismo existente em suas derivações.

A referência [16], de uma maneira semelhante, apresenta uma formulação baseada em um ajuste de curva, a qual resulta:

$$\frac{L}{B} = \frac{H \cdot (x_2 - x_1)}{B} = - \int_{z_1}^{z_2} F(z) \cdot dz \quad (30)$$

Onde x representa uma distância adimensional $x_i = s_i/B$ (variando, portanto, entre 0 e 1. Além disso:

$$F(z) = \frac{3}{2,444} \cdot \frac{2 - 3z}{\sqrt{(1 - z) \cdot (3\psi \cdot z - 2) \left(\psi \cdot z - \frac{P}{4} \right)^3}} \quad (31)$$

Então, teremos:

$$\frac{L}{B} = \frac{3}{2} \cdot \frac{(\phi_2 - \phi_1)}{C_M} = - \int_{z_1}^{z_2} F(z) \cdot dz = - \left\{ \int_{z_1}^1 F(z) \cdot dz - \int_{z_2}^1 F(z) \cdot dz \right\} = \phi(z_2) - \phi(z_1) \quad (32)$$

A equação ajustada por ele é a seguinte:

$$\phi(z) = A_1 \cdot (1 - z)^{0,55} + A_2 \cdot (1 - z)^3 \quad (33)$$

Com os coeficientes A e B dados pelas relações:

$$\text{Para } W/H < 0,65 \begin{cases} A_1 = 15 \cdot 10^{1,75 \cdot (W/H)^{-0,65}} \\ A_2 = 200 \cdot 10^{6 \cdot (W/H)^{-0,65}} \end{cases} \quad (34)$$

$$\text{Para } W/H > 0,65 \begin{cases} A_1 = 15 \cdot 10^{4,142 \cdot (W/H)^2 \cdot (W/H)^{-0,65}} \\ A_2 = 200 \cdot 10^{9,291 \cdot (W/H) \cdot (W/H)^{-0,65}} \end{cases} \quad (35)$$

A referência [34] apresenta a seguinte equação para o coeficiente de descarga:

$$C_D = 0,65 - 0,149 \left(\frac{y_j - P}{P} \right)^{0,0868} \left(\frac{L}{y_j - P} \right)^{-0,303} \left(\frac{y_j}{P} \right)^{0,149} \quad (36)$$

Os autores da referência acima sugeriram ainda um outro método direto baseado em dois gráficos e uma equação, não havendo, portanto, a necessidade de se lidar com um sistema

de equações diferenciais ou métodos numéricos. A capacidade do fluxo pode então ser determinada através da seguinte equação:

$$Q_{vert} = \eta \sqrt{gL}(y_j - P)^{1,5} \left[J - K \left(\frac{L}{B} \right) F_{rj} \right] \quad (37)$$

Onde J e K são parâmetros propostos pelo autor e dados através dos gráficos das figuras 8 e 9, dispostos a seguir:

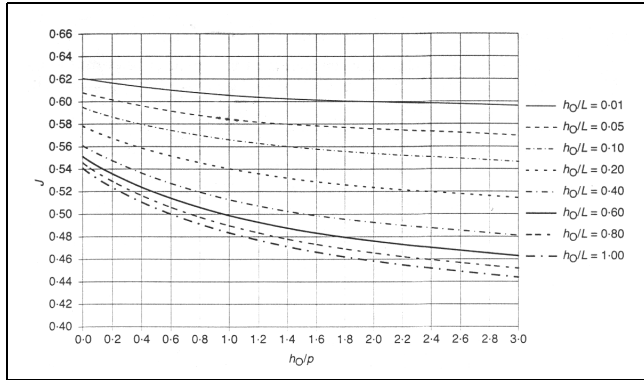


Figura 8 – gráfico para determinação do parâmetro j da equação de May (equação 48). (ref.[34])

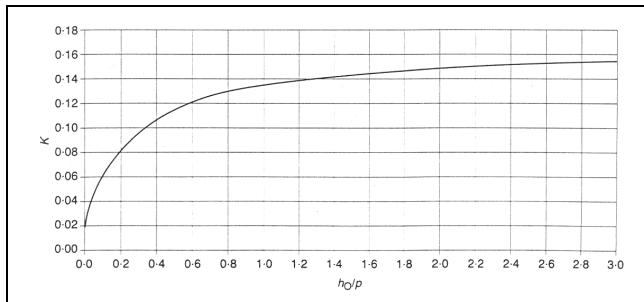


Figura 9 – gráfico para determinação do parâmetro k da equação de May (equação 48). (ref.[34])

O parâmetro η na equação (37) é um fator que determina a influência da forma da crista do vertedouro lateral. Para crista com soleira delgada, o valor de η é igual a um; para soleira espessa, seu valor passa a ser dado pela seguinte equação:

$$\eta = 1 - 0,064 \left(\frac{e}{y_j - P} \right) \quad (38)$$

$$\text{para } 0 \leq \left(\frac{e}{y_j - P} \right) \leq 0,25 \quad (39)$$

A referência [36] utiliza o método não linear dos mínimos quadrados parciais (partial least square method -PLS) para determinar equações empíricas relacionado o coeficiente de descarga C_D com os parâmetros adimensionais do vertedouro. No estudo em questão o escoamento é subcrítico e $L/B < 1$.

Após a aplicação do método numérico chega-se no seguinte coeficiente;

$$C_d = \frac{3}{2} \left[1 + 0,33 \left(\frac{L}{B} \right) - 0,105 \left(\frac{L}{B} \right)^2 \right] \times \left[1 + 0,034 \left(\frac{P}{y_m} \right) - 0,491 \left(\frac{P}{y_m} \right)^3 + 0,421 \left(\frac{P}{y_m} \right)^4 \right] \times \left[0,348 + 0,022F_m - 0,203F_m^2 + 0,303F_m^3 - 0,168F_m^4 \right] \quad (40)$$

Existem ainda diversos pesquisadores que apresentaram coeficientes variáveis em função de outras propriedades do escoamento, contudo não citamos neste trabalho devido à limitação na aplicação destas formulações.

I. Vertedores laterais em canais curvos

A referência [37] analisa o coeficiente de descarga de diversos vertedores laterais triangulares, locados em diferentes ângulos no lado externo de um canal curvo. Concluíram que o coeficiente de descarga ao longo da curva depende do número de Froude F_r de montante, do ângulo do vértice do vertedor lateral θ e do ângulo da curva α . Afirmando que os coeficientes de descarga do vertedor triangular locados na curva são maiores que os coeficientes de canais retilíneos. Afirmando ainda que:

O fluxo lateral afeta as características da curva e vice-versa. Durante a visualização do escoamento observaram uma zona de estagnação e um fluxo reverso, devido ao aparecimento de um fluxo secundário. Esta zona de estagnação e fluxo contrário são dependentes do número de Froude de montante do canal principal e também do comprimento efetivo do vertedor lateral.

Intensidade do fluxo secundário aumenta com o acréscimo do comprimento do efetivo do vertedouro. O acréscimo no fluxo secundário causa também um aumento no ângulo de desvio do fluxo, e um aumento na energia cinética na direção do vertedor lateral(perpendicular ao eixo do canal).

Apesar da existência de um fluxo secundário gerado pela curva, o coeficiente de descarga obtido na seção de entrada da curva foi maior do que o coeficiente para um canal reto.

A intensidade do fluxo secundário foi maior quanto maior foi o número de Froude e maior o comprimento efetivo do vertedouro.

A variação no coeficiente de descarga C_D teve seu maior valor para o ângulo da curva $\alpha = 30^\circ$, uma vez que o trajeto de velocidade máxima na curva alternou entre $\alpha = 30^\circ$ e 60° .

A referência [06] estudou vertedores laterais em canais retangulares curvos em planta. O vertedor foi instalado na forma de aberturas, na parede externa da curva, em posições pré-determinadas, com comprimentos e alturas variáveis, conforme os limites:

O número de Froude do F_r do escoamento variou entre 0,077 e 0,869;

A altura adimensional do vertedouro (P/y_m) variou entre 0,542 e 0,877;

O comprimento do vertedouro, relacionado à largura do canal de aproximação (L/B) variou entre 0,625 e 1,825;

O comprimento do vertedouro em relação ao raio da curva (L/r_c) variou entre 0,085 e 0,225.

No canal o vertedouro foi locado no lado externo da curva, o que facilitou o fluxo lateral, conduzindo a coeficientes de descarga maiores do que o esperado. Suas conclusões foram:

Existe uma redução gradual no perfil de velocidades no lado interno da curva e o gradiente de velocidade é nulo próximo à superfície, no techo final do vertedouro. A dimensão da área de estagnação depende do número de Froude da aproximação;

O fluxo secundário criado pelo fluxo na curva e no vertedouro lateral cria grandes perturbações superficiais, mesmo em escoamento subcrítico (fluvial). Quando o número de Froude é superior a 0,8, forma-se um ressalto hidráulico na extremidade de jusante do vertedouro, e ondas estacionárias são criadas na curva, a partir do vertedouro;

A influência da profundidade relativa de montante do vertedouro (P/y_m) é mais pronunciada quando ($L/B < 1$), mesmo em canais retilíneos. O coeficiente de descarga apresenta forte variação com a relação (L/B) quando $F_r > 0,3$;

O coeficiente de descarga do vertedouro lateral (externo à curva) apresenta uma tendência de aumento, quando ($L/B < 1$). A intensidade do fluxo secundário é afetada pelo comprimento do vertedouro. O coeficiente de descarga diminui com o aumento do número de Froude, quando ($L/B < 1$);

O coeficiente de descarga apresenta um valor máximo para o vertedouro localizado em um ângulo de 60° e ($L/B > 1$) devido à configuração do fluxo secundário, que nessa posição direciona o escoamento diretamente para fora do canal;

O coeficiente de descarga do vertedouro ao longo da curva mostrou-se dependente do número de Froude da aproximação, do comprimento adimensional do vertedouro (L/B) e da relação entre a altura do vertedouro e a profundidade a montante (P/y_m). O coeficiente de descarga variou parabolicamente com o número de Froude.

Foram encontrados poucos estudos sobre vertedores laterais locados em curva e que tratavam apenas de vertedores locados no bordo externo da curva. Em capítulos posteriores analisaremos o caso de um vertedouro lateral extenso e locado no bordo interno de uma curva.

III. INSTALAÇÃO EXPERIMENTAL – RESULTADOS OBTIDOS

O estudo experimental iniciou-se com um modelo reduzido seccional em um canal experimental, construído na escala geométrica 1:40, para determinar a capacidade de descarga

da crista do vertedouro, também de projeto não-convencional. Os testes realizados conduziram aos coeficientes mostrados na figura 10, onde o valor médio, para valores médios a elevados de carga, resultou igual a $1,856 \text{ m}^{1/3} \cdot \text{s}^{-1}$. A pressão mínima medida na crista resultou igual a $-0,92 \text{ m.c.A.}$, perfeitamente aceitável para uma estrutura de concreto. A figura 11 apresenta uma fotografia do escoamento.

Coefficiente de Descarga - Modelo Seccional

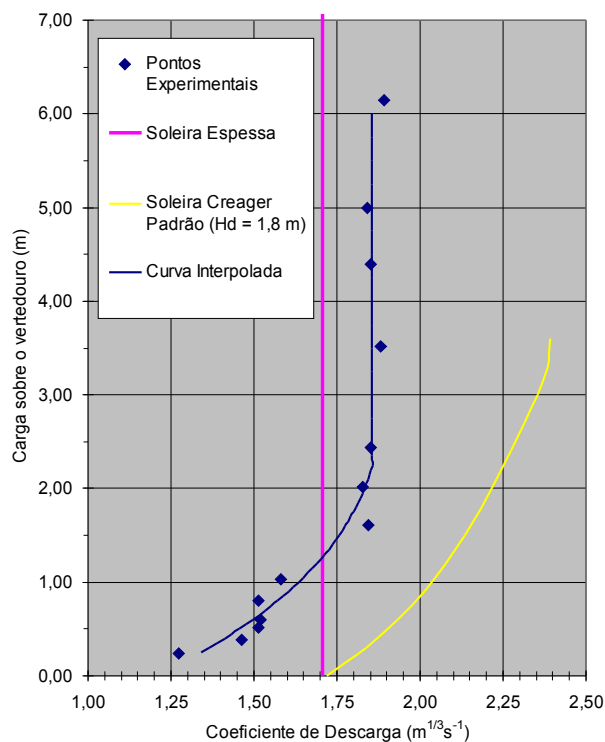


Figura 10. Coeficientes de descarga – modelo seccional

Paralelamente aos testes no modelo seccional foi construído um modelo geral, na escala geométrica 1:60, com a finalidade de reproduzir integralmente o escoamento no vertedouro da usina piloto. Este modelo ocupou uma área de 270 m^2 . Após a calibragem do modelo, etapa em que é imposta rugosidade nas margens do modelo a fim de reproduzir os níveis de água medidos no campo, as estruturas projetadas foram implantadas. Durante os testes, que consistiram apenas na imposição da vazão com condição de contorno, uma vez que o controle de jusante é em uma corredeira, foram determinados níveis de água, velocidades e obtidas fotografias.

A figura 12 apresenta uma visão das estruturas implantadas no modelo geral.

O nível de água máximo resultou igual a 216,09 m, para a vazão de $2.880 \text{ m}^3/\text{s}$. A velocidade máxima medida no canal foi de $4,26 \text{ m/s}$ para a mesma vazão. Observou-se uma grande influência da topobatimetria de jusante, criando um fluxo de retorno de jusante para montante, degradando o coeficiente de descarga. O nível de água máximo esperado era de 215,30 m.

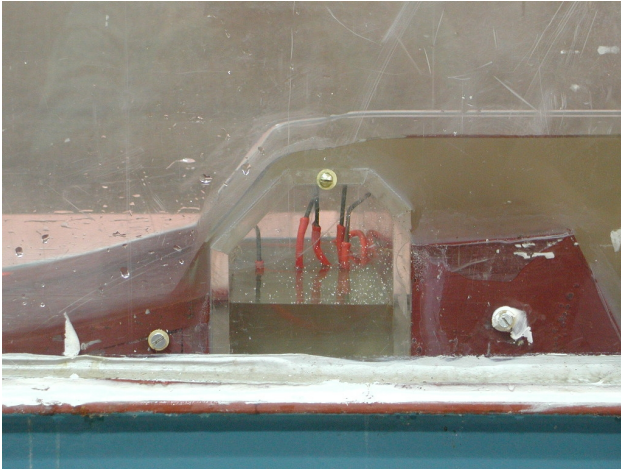


Figura 11. Escoamento sobre o vertedouro – modelo seccional

Com a finalidade de minimizar o nível de água a jusante do vertedouro e também melhorar o fluxo de aproximação, foram realizadas escavações rasas mas em grande área, mostradas na figura 14.

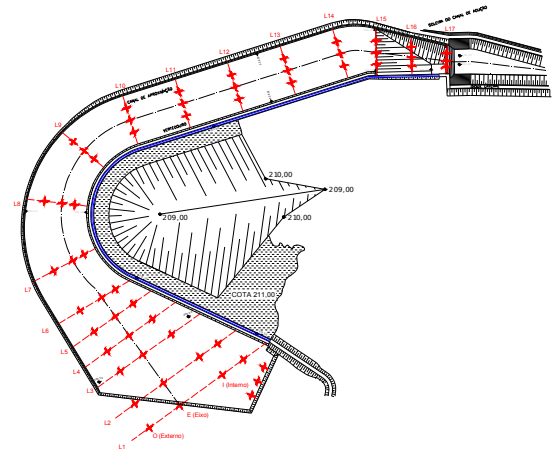


Figura 14. Projeto Alternativo

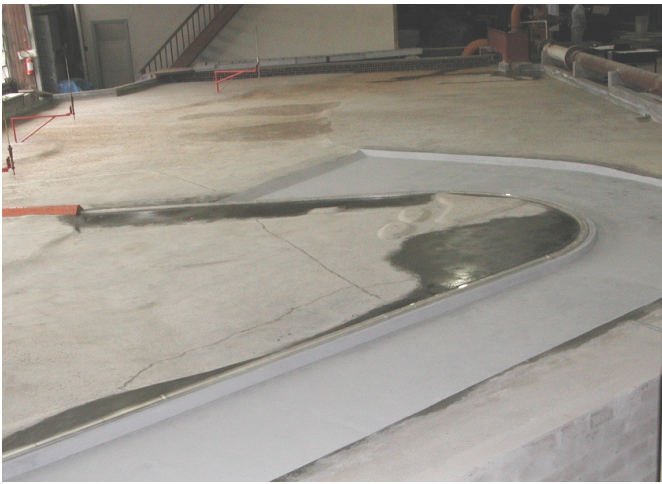


Figura 12. Visão geral das estruturas do projeto básico implantadas no modelo geral

A figura 13 apresenta uma vista do modelo escoando a vazão máxima, onde se observa um nível de água quase constante em todo o modelo.



Figura 13. Visão do escoamento no modelo geral, com a vazão de 2.880 m³/s

Foram ensaiadas novamente as mesmas vazões, medidos níveis de água e velocidades, além e obtidas fotografias. A tabela 1 apresenta os níveis de água medidos ao longo do canal para as vazões de 540 m³/s e 2.880 m³/s. As figuras 15 e 16 apresentam estes resultados em forma gráfica.

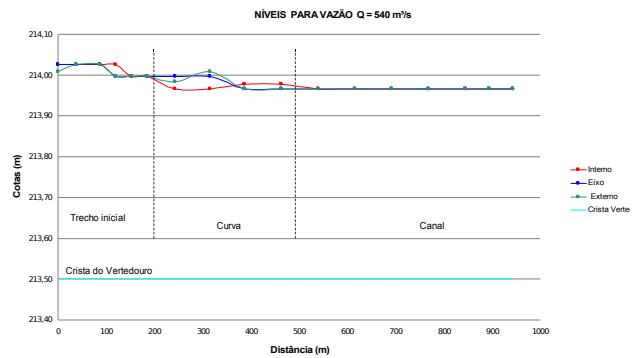


Figura 15. Níveis de água ao longo do vertedouro – vazão de 540 m³/s – Projeto Alternativo

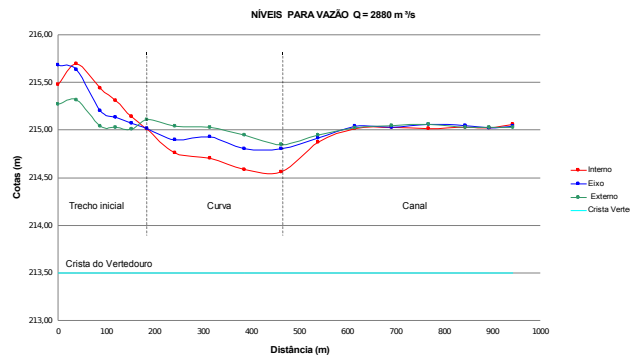


Figura 16. Níveis de água ao longo do vertedouro – vazão de 2.880 m³/s – Projeto Alternativo

IV. PROJETO ALTERNATIVO

Tabela I - Níveis de Água ao Longo do Vertedouro

Linhas	Distância (m)	540 m³/s			2.880 m³/s		
		externo	eixo	interno	externo	eixo	interno
L1	0,00	214,00	214,00	213,97	215,27	215,68	215,48
L2	37,98	213,98	213,98	213,97	215,32	215,63	215,69
L3	87,00	213,97	213,97	213,97	215,04	215,20	215,44
L4	120,00	213,94	213,95	213,97	215,03	215,13	215,31
L5	153,00	213,94	213,94	213,93	215,01	215,07	215,14
L6	184,80	213,92	213,92	213,92	215,11	215,02	215,01
L7	243,00	213,91	213,91	213,91	215,04	214,90	214,76
L8	315,00	213,92	213,91	213,91	215,03	214,93	214,70
L9	386,40	213,91	213,89	213,89	214,94	214,80	214,58
L10	463,14	213,91	213,91	213,89	214,85	214,80	214,56
L11	539,40	213,91	213,91	213,91	214,94	214,91	214,87
L12	615,60	213,91	213,91	213,91	215,02	215,04	215,01
L13	692,40	213,91	213,91	213,91	215,05	215,02	215,03
L14	768,60	213,91	213,91	213,91	215,06	215,06	215,01
L15	845,10	213,91	213,91	213,91	215,02	215,05	215,02
L16	894,60	213,91	213,91	213,91	215,03	215,02	215,02
L17	943,80	213,90	213,91	213,90	215,03	215,04	215,06

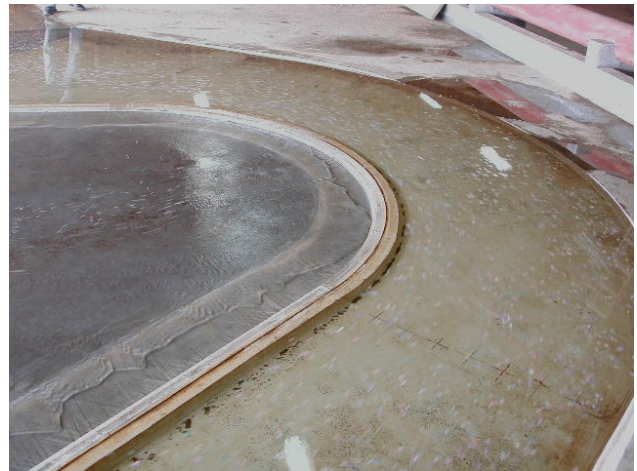


Figura 17. Vista do escoamento ao longo do vertedouro – vazão de 540 m³/s – Projeto Alternativo

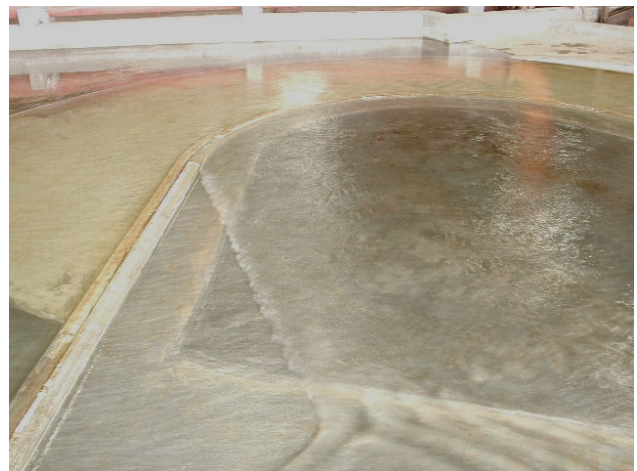


Figura 18. Vista do escoamento ao longo do vertedouro – vazão de 2.880 m³/s – Projeto Alternativo

As figuras 17 e 18 apresentam vistas do escoamento após as alterações nas escavações.

O nível de água máximo resultou igual a 215,69 m, para a vazão de 2.880 m³/s. A velocidade máxima medida no canal foi de 4,32 m/s para a mesma vazão. A figura 19 apresenta um campo de velocidades medido. Observou-se uma pequena influência da topobatimetria de jusante apenas no trecho em curva e para a vazão máxima, mas sem criar um fluxo de retorno de jusante para montante, o que degradava o coeficiente de descarga no arranjo básico.

Tendo por base as medições de níveis de água e velocidades realizadas (e mais detalhadas) foram obtidas as vazões que cruzavam algumas seções transversais do canal, o que permitiu deduzir a vazão vertida trecho a trecho. As figuras 20 e 21 apresentam esses resultados de vazões parciais. Tais valores demonstram que o escoamento pelo trecho curvo vai perdendo sua importância relativa à medida que a vazão total aumenta, em função do afogamento por jusante e da força centrífuga existente.

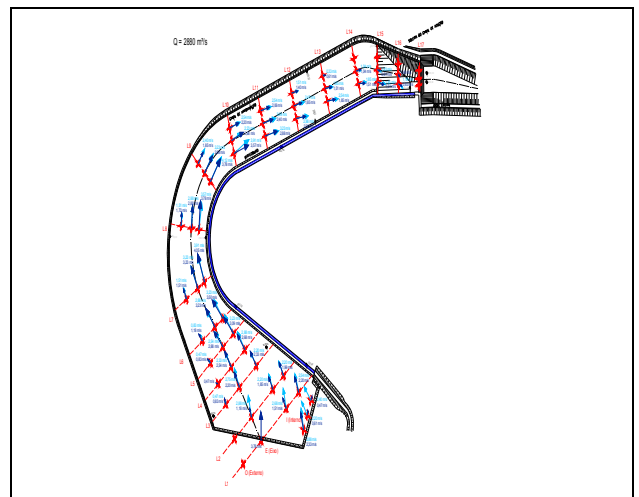


Figura 19. Campo de velocidades ao longo do canal de aproximação ao vertedouro – vazão de 2.880 m³/s – Projeto Alternativo

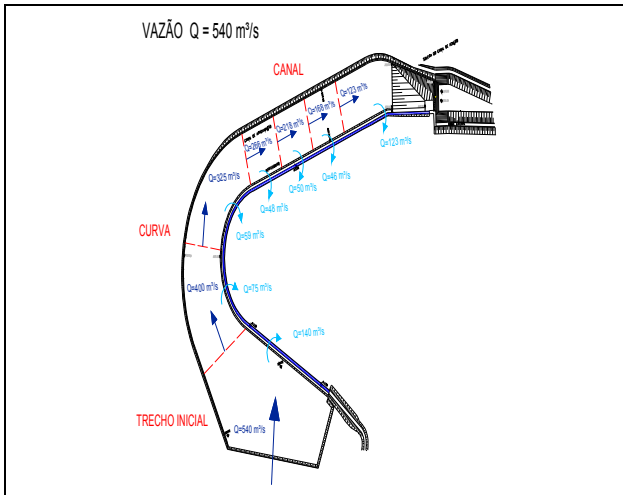


Figura 20. Repartição de vazões ao longo do vertedouro – vazão de 540 m³/s – Projeto Alternativo

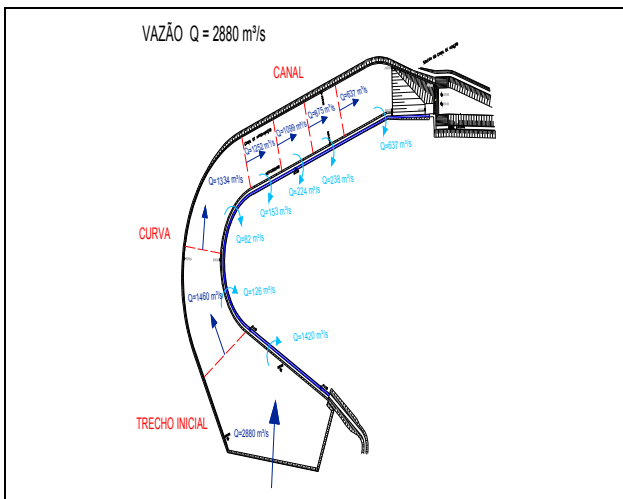


Figura 21. Repartição de vazões ao longo do vertedouro – vazão de 2.880 m³/s – Projeto Alternativo

V. CONCLUSÕES

Com respeito a esta pesquisa, tecemos as seguintes considerações gerais:

- Não existe na literatura técnica uma metodologia para cálculo ou projeto de um vertedouro lateral de grandes dimensões, incluindo fluxo pelo lado interno de curvas. Os pontos importantes a serem estudados são perdas de carga ao longo do desenvolvimento do canal e a variação no valor do coeficiente de descarga do vertedouro, em função das diversas variáveis envolvidas;
- O coeficiente de descarga resultante no modelo seccional da usina-piloto, para valores médios a elevados da carga hidráulica, foi equivalente a $1,856 \text{ m}^{1/3} \cdot \text{s}^{-1}$. Nesse modelo o fluxo de aproximação e restituição foi direto, diferentemente do fluxo que deve ocorrer no vertedouro da usina-piloto e no modelo geral;
- A pressão mínima resultante na crista, em escoamento frontal, foi equivalente a $-0,92 \text{ m.c.A.}$, compatível com a segurança das estruturas de concreto;

- O modelo reduzido foi considerado calibrado, com níveis de água resultando, em média, 12 cm acima dos valores obtidos em campo. Para a vazão decamilenar – 2.880 m³/s – o nível de água resultante foi de 216,41 m, enquanto a meta seria 216,32 m. Portanto, as condições obtidas para o projeto piloto são bastante precisas;

- Terminada a etapa de calibragem foi implantado e estudado o projeto básico das obras do vertedouro da usina-piloto. Nesses testes observou-se que a região externa ao canal (lado oposto à crista vertente) apresenta velocidades inferiores, isto é, a distribuição das velocidades não é uniforme em toda a seção. O eventual transporte de sedimentos deve ocorrer, portanto, mais próximo ao vertedouro, onde a velocidade é maior. Observou-se que a velocidade de chamada do vertedouro lateral é sempre baixa, diminuindo a capacidade de descarga em relação ao arranjo frontal (convencional). Observou-se que existe uma grande influência do nível de água a jusante no escoamento sobre o vertedouro. Soluções como a do projeto piloto, que protege a natureza, pode prejudicar drasticamente o desempenho hidráulico do vertedouro. No caso piloto, houve trecho com retorno de água sobre a crista, registrando eficiência negativa a ser compensada pelas partes mais eficientes. Outros testes com o projeto alternativo mostraram que a remoção da topografia desfavorável pode melhorar consideravelmente a capacidade de descarga;

- A parte frontal do vertedouro (inicial) que apresenta comportamento convencional e aproximadamente um quarto do desenvolvimento, responde por metade da vazão descarregada, enquanto os três quartos restantes do desenvolvimento do vertedouro necessitam descarregar a metade remanescente;

- Os resultados mostraram que as partes vertentes curvas são pouco eficientes quando posicionado no lado côncavo. A diferença causada pela força centrífuga foi marcante e deve ser considerada nos cálculos;

- Após a implantação de alterações nas escavações de aproximação e restituição do vertedouro, observou-se sensível melhora na capacidade de descarga do vertedouro e na configuração do escoamento em geral. O fluxo a jusante apresentou-se livre, com a criação de um ressalto hidráulico afastado da estrutura para praticamente toda a gama de vazões. Apenas para a vazão máxima observou-se um pequeno afogamento do vertedouro no trecho curvo, mas sem a inversão de fluxo observada no escoamento com o projeto básico;

- A presente pesquisa poderá ser estendida para aprofundar ainda mais os conhecimentos sobre a capacidade de descarga de projetos não-convencionais.

O presente estudo mostra claramente a vantagem do uso do modelo reduzido para o estudo de projetos não-convencionais. O estudo analítico não teria mostrado o

afogamento por jusante. A economia que se obtém em não utilizar o modelo reduzido não justifica o risco da obra cujo valor é incomparavelmente maior que o do modelo reduzido.

Esta pesquisa está tendo continuidade com a análise teórica dos coeficientes de descarga do vertedouro, buscando o melhor ajuste aos dados obtidos.

VI. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [01] ELETROBRÁS, Manual de micro-centrais hidrelétricas, 1985a, 344 pág.
- [02] ELETROBRÁS, Manual de mini-centrais hidrelétricas, 1985b, 530 pág.
- [03] HENDERSON, F. M., Open channel flow, London : MacMillan, 1966, 522 pág.
- [04] HINDS, Julian, Side channel spillways : hydraulic theory, economic factors and experimental determination of losses. Transactions of the ASCE, New York : ASCE, v. 89, pp. 881-939, 1926.
- [05] PINTO, Nelson L. de S., Hidráulica aplicada, Curitiba : CEHPAR, 1987. Paginação irregular (Curso de Pós-graduação em Engenharia Hidráulica).
- [06] AGACCIOLU, H.; YUKSEL, Y. Side weir flow in curved channels. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, ASCE, Reston, v.124, n.3, p.163-175, 1998.
- [07] BORGHEI, S. M.; JALILI, M. R.; GHODSIAN, M. Discharge coefficient for sharp-crested side weir in subcritical flow. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, New York, v.125, n.10, p.1051-1056, 1999.
- [08] CAMP, Thomas R. Lateral spillway channel. Transactions of the ASCE, New York: ASCE, v.105, p.606-637, 1940.
- [09] EFTEKHARZADEH, S.; CLEMMENS, A.J.; FANGMEIER, D.D. Furrow irrigation using canal side weirs. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, ASCE, New York, v.113, n.2, p.251-265, 1987.
- [10] EL-KHASHAB, A.; SMITH, K. V. H. Experimental investigation of flow over side weirs. Journal of the Hydraulics Division, ASCE, New York, v.102, n.HY9, p.1255-1269, 1976.
- [11] HAGER, W.H. Lateral outflow over side weirs. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, New York, v.113, n.4, p.491-504, 1987.
- [12] HAGER, W.H. Supercritical flow in circular shaped side weir. Journal of the Irrigation and Drainage Engineering, ASCE, New York, v.120, n.1, p.1-12, 1994.
- [13] HYDRAULIC engineering'93: proceedings of the 1993 Conference. New York: ASCE, 1993. 2 v. Editado por H. W. Shen, S. T. Su e F. Wen.
- [14] JALILI, M. R.; BORGHEI, S. M. Discharge coefficient of rectangular side weirs. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, ASCE, New York, v.122, n.2, p.132, 1996. Discussão.
- [15] AR, C.P.; SANTOSH, K.P. Triangular side weirs. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, ASCE, New York, v.113, n.1, p.98-105, 1987. Errata: v. 113, n. 4, Nov. 1987, p. 631.
- [16] MUSLU, Y. Lateral weir flow model using a curve fitting analysis. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, New York, v.128, n.7, p.712-715, 2002.
- [17] NEVES, Eurico T. Curso de hidráulica. 5. ed. Porto Alegre: Globo, 1977. 377 p. Vertedouro CIPOLLETTI; vertedouro lateral: p. 167-169.
- [18] PORTO, Rodrigo de Melo, Hidráulica Básica, 2ª edição, São Carlos : EESC-USP, 1999, 540 pág.
- [19] RAMAMURTHY, A.S.; SUBRAMANYA, K.; CARBALLADA, L. Uniformly discharging lateral weirs. Journal of Irrigation and Drainage Division, ASCE, New York, v.124, n.3, p.399-412, 1978. Errata: v.105, n. IR.3, Sept. 1979, p. 340.
- [20] RAMAMURTHY, A.; CARBALLADA, L. Lateral weir flow model. Journal of the Irrigation and Drainage Division, ASCE, New York, v.106, n.IR1, p.9-25, 1980.
- [21] RAMAMURTHY, A.S.; TIM, U.S.; CARBALLADA, L.B. Lateral weirs in trapezoidal channels. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, ASCE, New York, v.112, n.2, p.130-137, 1986.
- [22] RAMAMURTHY, A.S.; ZHU, W.; VO, D. Rectangular lateral weirs in circular open channels. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, New York, v.121, n.8, p.608-612, 1995.
- [23] RANGA RAJU, K.G.; PRASAD, B.; GUPTA, S.K. Side weir in rectangular channel. Journal of the Hydraulics Division, ASCE, New York, v.105, n.HY5, p.547-554, 1979.
- [24] ROBINSON, D.I.; MCGHEE, T. Computer modeling of side flow weirs. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, ASCE, New York, v.119, n.6, p.989-1005, 1993.
- [25] SINGH, R.; MANIVANNAN, D.; SATYANARAYANA, T. Discharge coefficient of rectangular side weirs. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, ASCE, New York, v.120, n.4, p.814-819, 1994.
- [26] SMITH, K.V.H. Computer programming for flow over side weirs. Journal of the Hydraulics Division, ASCE, New York, v.99, n.HY3, p.495-508, 1973.
- [27] SUBRAMANIA, K.; AWASTHY, S.C. Spatially varied flow over side-weirs. Journal of the Hydraulics Division, ASCE, New York, v.98, n.HY1, p.1-10, 1972.
- [28] SWAMEE, P.K.; PATHAR, S.K.; ALI, M.S. Side weir analysis using elementary discharge coefficient. Journal of the Irrigation and Drainage Engineering, ASCE, New York, v.120, n.4, p.742-755, 1994.
- [29] UYUMAZ, A.; MUSLU, Y. Flow over side weirs in circular channels. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, New York, v.111, n.1, p.144-160, 1985.
- [30] UYUMAZ, A.; SMITH, R.H. Design procedure for flow over side weirs. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, ASCE, New York, v.117, n.1, p.79-90, 1991.
- [31] UYUMAZ, A. Side weir in U-shaped channels. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, New York, v.123, n.7, p.639-646, 1997.
- [32] CHOW, Ven Te, Open Channel Hydraulics : NEW YORK: MCGRAW-HILL, 1959, 680 p.
- [33] SOUZA, Diego D. B. de Redução do nível de água em canais de adução de PCH's. Curitiba : UFPR, 2005. 133 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental) - Setor de Tecnologia - Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2005.
- [34] MAY, R. W. P. et al. Hydraulic design of side weirs London : Thomas Telford Ltd, 2003.
- [35] MUSLU, Y. Numerical analysis for lateral weir flow. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, ASCE, New York, v.127, n.4, p.246-253, jul/aug 2001.
- [36] RAMAMURTHY, A. S., OU J. and VO D., "Non linear PLS method for weir flow characteristics", ASCE, 2006, (132,5), p 486-489.
- [37] COSAR, Ali, AGACCIOLU, Hayrullah, "Discharge Coefficient of a triangular side-weir located on a curved channel, Journal of Irrigation and Drainage Engineering, ASCE (2204), (130,5), p. 410-423.