



**GRUPO IV  
GRUPO DE ESTUDO DE ANÁLISE E TÉCNICAS DE SISTEMAS DE POTÊNCIA - GAT**

**SOLUÇÃO DE SISTEMAS DE POTÊNCIA MAL CONDICIONADOS USANDO A TÉCNICA DE  
RELAXAMENTO DE RESTRIÇÕES**

**Edimar J. Oliveira\***  
UFJF

**Weberson C. Moreira**  
UFJF

**José Luiz R. Pereira**  
UFJF

**Leonardo Willer**  
UFJF

**RESUMO**

Este artigo apresenta uma metodologia para retornar o sistema de potência à solução. A técnica proposta é baseada no relaxamento dos limites de fluxo de potência ativa e dos limites de tensão. Para cada restrição ativa um custo é associado à nova variável de relaxamento, a qual é incluída na função objetivo do problema de Fluxo de Potência Ótimo (FPO). Isto significa que a convergência é alcançada através do mínimo relaxamento da capacidade do circuito ou do limite de tensão. Os coeficientes de Lagrange, que estão associados ao ponto de operação com carga pesada, são explorados para indicar o melhor local para reforço do sistema. Esta técnica foi comparada com o tradicional modelo de corte de carga. O sistema teste IEEE-14 barras e um sistema equivalente sul-suldeste brasileiro, com 1768 barras, são utilizados para mostrar a efetividade da metodologia proposta.

**PALAVRAS-CHAVE**

Relaxamento de limites; Restauração da solução do sistema; Sistemas mal-condicionados; Método de pontos interiores.

**1.0 - INTRODUÇÃO**

Os sistemas de potência em todo o mundo estão sendo forçados a operar muito próximo de suas capacidades totais devido a um grande número de restrições econômicas e ou ambientais para construir novos centros de geração e transmissão. O Fluxo de Potência Ótimo é uma ferramenta importante para analisar as condições operacionais do sistema de potência, dado uma função objetivo e um conjunto de restrições. Em algumas circunstâncias o sistema não converge ou a solução começa a oscilar porque os componentes da transmissão estão sobrecarregados.

As referências [1-2] apresentam uma metodologia para determinar uma medida do grau de insolubilidade dos sistemas quando as equações de fluxo de potência não têm solução. O grau de não solução é quantificado usando a distância Euclidiana no espaço de parâmetros entre o ponto de carga desejado e o ponto mais próximo de solução.

A referência [3] apresenta uma metodologia para determinar o mínimo de corte de carga pós-contingência. O método é baseado em um caso base onde o fator de potência é mantido constante.

Na referência [4] o caso sem solução é restaurado através da técnica de pontos interiores para determinar o mínimo corte de carga.

No presente trabalho é apresentado uma nova modelagem para retornar o sistema à solução. A técnica proposta está baseada no relaxamento da capacidade dos circuitos e dos limites de tensão. A vantagem desta técnica sobre a tradicional técnica de corte de carga é que o risco de operação com o mínimo percentual de limites em excesso, sem fazer qualquer corte de carga, pode ser avaliado. A solução de FPO proposta é obtida pelo uso da técnica de pontos interiores baseada no algoritmo primal-dual [5-7].

A metodologia introduzida neste artigo foi testada utilizando-se um sistema equivalente da região sul-sudeste brasileiro.

**2.0 - MODELAGEM PROPOSTA**

Através da técnica de corte de carga a solução do problema de FPO é encontrada movendo-se o ponto de operação do sistema para a fronteira da região viável. É importante ressaltar que nesta nova condição de operação do sistema, os multiplicadores de Lagrange não refletem a condição de operação desejada. Adicionalmente, se o ponto de operação desejado estiver longe da fronteira da região viável,

\* UFJF – Caixa Postal 422 – Juiz de Fora - MG - 36015-400 - BRASIL (edimar@eletrica.ufjf.br)

então a técnica do mínimo corte de carga poderá não convergir.

A técnica de relaxamento proposta baseia-se no fato de que os limites de operação do sistema de transmissão e magnitude das tensões não são estritamente rígidos, portanto, podem ser relaxados. Neste caso, a região viável é aumentada até alcançar o ponto de operação desejado. Para incorporar o modelo proposto, uma nova variável de relaxamento e uma nova equação de restrição são introduzidas no problema de FPO. Adicionalmente, um custo de relaxamento é associado a esta nova variável na função objetivo.

### 2.1 Relaxamento da Capacidade de Transmissão

O problema de Fluxo de Potência Ótimo (FPO) pode ser formulado como:

$$\text{Min } f(\mathbf{X}) \quad (1)$$

$$\text{s.a } \mathbf{h}(\mathbf{X}) = \mathbf{0} \quad (1.1)$$

$$l \leq \mathbf{X} \leq u \quad (1.2)$$

Onde:

$\mathbf{X}$  Vetor das variáveis de otimização tais como magnitude das tensões, ângulos de fase, despacho de potência ativa e reativa, taps de transformadores, compensação série etc.

$f(\mathbf{X})$  Função objetivo. Neste artigo  $f(\mathbf{X})$  representa o mínimo corte de carga;

$\mathbf{h}(\mathbf{X})$  Restrições de Igualdade que incluem equações de balanço de potência ativa e reativa;

$l$  e  $u$  Limites inferiores e superiores de  $\mathbf{X}$ .

As restrições funcionais associadas com os limites de transmissão são dadas pela inequação (2).

$$P_{ij} \leq \bar{P}_{ij} \quad (2)$$

Onde:

$P_{ij}$  Fluxo de potência ativa (Mw) no circuito conectado entre as barras  $i$  e  $j$ , considerado positivo de  $i$  para  $j$ ;

$\bar{P}_{ij}$  Limite do fluxo de potência ativa no circuito  $i$ - $j$ .

A inequação (2) pode ser reescrita como:

$$Y_{ij} - P_{ij} = 0 \quad (3)$$

Sendo  $Y_{ij}$  uma variável de folga com limites dados por:

$$0 \leq Y_{ij} \leq \bar{P}_{ij} \quad (4)$$

Um novo procedimento é incorporado ao modelo acima para permitir que o sistema retorne à solução sempre que uma restrição de fluxo de potência estiver ativa. Neste modelo, durante o processo iterativo, se

uma restrição de circuito tornar-se ativa então a capacidade do circuito correspondente pode ser relaxada através da introdução de uma nova variável  $RLX_{ij}$  na equação (3), como mostrado na equação (5):

$$Y_{ij} + RLX_{ij} - P_{ij} = 0 \quad (5)$$

Para evitar um excesso de relaxamento em um dado circuito, é necessário o usuário impor limites rígidos para  $RLX_{ij}$ , por exemplo:

$$0 \leq RLX_{ij} \leq 0.1 \bar{P}_{ij} \quad (6)$$

Para garantir que o relaxamento ocorra somente em um pequeno número de circuitos ou em nenhum deles, é necessário associar um alto custo para a variável ( $RLX_{ij}$ ), o qual é incorporado à função objetivo, equação (1), conduzindo à equação (7):

$$\text{Min } f(\mathbf{X}) + C_{ij} \cdot RLX_{ij} \quad (7)$$

Onde:

$C_{ij}$  Valor do custo de relaxamento do circuito  $i$ - $j$ , definido pelo usuário.

Finalmente, o problema (1) pode ser reescrito como:

$$\text{Min } f(\mathbf{X}) + C_{ij} \cdot RLX_{ij} \quad (8)$$

$$\text{sa. } \mathbf{h}(\mathbf{X}) = \mathbf{0} \quad (\lambda) \quad (8.1)$$

$$Y_{ij} + RLX_{ij} - P_{ij} = 0 \quad (\mu F_{ij}) \quad (8.2)$$

$$0 \leq RLX_{ij} \leq 0.1 \bar{P}_{ij} \quad (8.3)$$

$$0 \leq Y_{ij} \leq \bar{P}_{ij} \quad (8.4)$$

$$l \leq \mathbf{X} \leq u \quad (8.5)$$

Onde:

$\lambda$  Multiplicadores de Lagrange associados às restrições (8.1);

$\mu F_{ij}$  Multiplicadores de Lagrange associados às equações (8.2).

### 2.2 Relaxamento dos Limites de Tensão

O problema de encontrar a solução do FPO pode não estar somente relacionado com as restrições de limite de fluxo em circuitos. As dificuldades de convergência podem estar associadas aos limites de tensão, os quais são tratados nesta seção.

As restrições de limites de tensão podem ser expressas como:

$$V_i \leq V_i \leq \bar{V}_i \quad (9)$$

Onde:

$V_i$  Magnitude de tensão na barra  $i$ ;

$\underline{V}_i, \bar{V}_i$  Limite inferior e superior da magnitude de tensão;

Suponha que em uma dada iteração o limite superior de restrição de tensão da barra  $i$  esteja ativo, então a técnica de relaxamento proposta consiste em três passos:

(i) O limite superior é estendido para um dado valor limite,  $\bar{V}_i'$ , de tal forma que a restrição de tensão permaneça inativa, como mostrado na equação (10).

$$V_i \leq \bar{V}_i' \quad (10)$$

(ii) Uma nova equação com uma variável de folga  $Y_{u_i}$  é introduzida no problema de FPO, a fim de garantir a inviolabilidade do limite superior de tensão  $\bar{V}_i$ , equações (11) e (12).

$$Y_{u_i} \leq V_i = 0 \quad (11)$$

$$0 \leq Y_{u_i} \leq \bar{V}_i \quad (12)$$

(iii) A equação (11) é substituída por (13) de maneira similar à equação (5).

$$Y_{u_i} + RLXV_i \leq V_i = 0 \quad (13)$$

Onde a variável de relaxamento de tensão,  $RLXV_i$ , deve permanecer dentro de limites restritos, por exemplo:

$$0 \leq RLXV_i \leq 0.04 \bar{V}_i \quad (14)$$

Finalmente, o problema de FPO (8) pode ser reescrito como:

$$\text{Min } f(\mathbf{X}) + C_{ij} \leq RLX_{ij} + C_i \leq RLXV_i \quad (15)$$

$$\text{s.a } \mathbf{h}(\mathbf{X}) = \mathbf{0} \quad (\mathbf{P}) \quad (15.1)$$

$$Y_{ij} + RLX_{ij} \leq P_{ij} = 0 \quad (\mathbf{F}_{ij}) \quad (15.2)$$

$$Y_{u_i} + RLXV_i \leq V_i = 0 \quad (15.3)$$

$$0 \leq RLX_{ij} \leq 0.05 \bar{P}_{ij} \quad (15.4)$$

$$0 \leq RLXV_i \leq 0.04 \bar{V}_i \quad (15.5)$$

$$0 \leq Y_{ij} \leq \bar{P}_{ij} \quad (15.6)$$

$$0 \leq Y_{u_i} \leq \bar{V}_i \quad (15.7)$$

$$\mathbf{I} \leq \mathbf{X} \leq \mathbf{u} \quad (15.8)$$

Onde:

$C_i$  Valor do custo de relaxamento do limite de tensão na barra  $i$ , definido pelo usuário.

Os componentes de custo da função objetivo relatados no problema (15) são definidos pelo usuário de maneira que o corte de carga seja evitado. Isto significa que  $f(\mathbf{X})$  deve ter o componente de mais alto custo da função objetivo (15).

Procedimento similar é adotado para tratamento da violação do limite inferior de tensão.

A metodologia adotada neste artigo para a solução do problema (15) baseia-se na técnica de pontos interiores associada à teoria primal-dual para atualização do parâmetro barreira [6-7].

A solução do problema (15) fornece o valor das variáveis primais ( $\mathbf{X}$ ,  $\mathbf{RLX}$  e  $\mathbf{RLXV}$ ) e das variáveis duais ( $\mathbf{P}$  e  $\mathbf{F}_{ij}$ ).

As variáveis duais contêm informações importantes para análise da operação e planejamento do sistema. Por exemplo, o multiplicador de Lagrange,  $\mathbf{P}$ , reflete a contribuição de cada incremento de carga ativa e reativa no custo total de relaxamento de limites de capacidade de circuito e de limites de tensão. As variáveis duais,  $\mathbf{F}_{ij}$ , associadas aos limites de fluxo de potência ativa permitem avaliar o impacto destes limites no relaxamento de circuito. Tais índices são muito efetivos para avaliar os efeitos da carga pesada no sistema.

Ao contrário, a técnica de corte de carga conduz o ponto de operação do sistema para a região viável. Sob estas circunstâncias, os multiplicadores de Lagrange não têm significado em termos do ponto de operação desejado.

### 3.0 - ESTUDO DE CASO

Esta seção apresenta um exemplo para ilustrar os aspectos principais do método do mínimo relaxamento da capacidade de circuito e do limite de tensão para retornar o sistema à condição de solução.

#### 3.1 Sistema IEEE-14

Este exemplo, ilustrado na Figura 1, possui dois geradores, três compensadores síncronos e vinte linhas de transmissão conectando os geradores às cargas. Para configurar uma situação de não convergência do sistema, foi considerado uma condição de carga pesada. Os dados do sistema adotado neste artigo são apresentados no apêndice A.

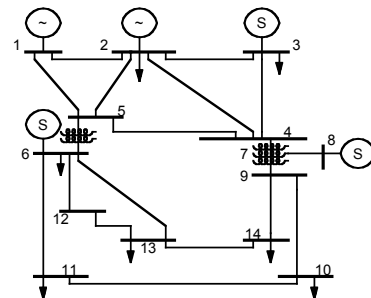


Figura 1: Sistema teste IEEE-14.

O problema de FPO foi resolvido utilizando a técnica de corte de carga [4] e a técnica proposta.

Inicialmente, os limites de tensão inferior e superior considerados neste sistema são de 0.95 pu e 1.05 pu, respectivamente.

Para o modelo de corte de carga [4] o sistema convergiu com um corte de carga de 2.07 Mw na barra 11 e 4.45 Mw na barra 14. É importante notar que nestas circunstâncias o ponto de operação do sistema foi trocado. Em outras palavras, a carga nas barras 11 e 14 foram reduzidas. Os coeficientes de Lagrange  $\lambda_{F_{ij}}$  associados aos limites de fluxo nas linhas, coluna 3 da Tabela 1, mostra que a linha 7-9 é a mais indicada para receber reforço para evitar corte de carga.

Tabela 1: Resultados do corte de carga

Circuito	Fluxo-MW	$\lambda_{F_{ij}}$
1-5	50.0	57.1
<b>7-9</b>	35.0	<b>105.9</b>
6-13	20.0	103.1
6-11	10.0	87.1

Por outro lado, utilizando-se o modelo proposto, o sistema convergiu relaxando as capacidades de somente algumas linhas de transmissão e o ponto original de operação foi mantido. Isto significa que a região viável foi expandida para acomodar o ponto de carga pesada original. A Tabela 2 mostra os novos limites de fluxo de potência, o percentual de incremento e os coeficientes de Lagrange para cada linha em que os limites foram violados. Na coluna 4 da Tabela 2 pode ser verificado que o circuito 1-5 é o mais indicado para receber reforço e garantir o ponto de operação desejado. Destaca-se que neste caso nenhum limite de tensão foi relaxado.

Tabela 2: Relaxamento de limite de fluxo

Cicuito	Fluxo-MW	RLX-%	$\lambda_{F_{ij}}$
<b>1-5</b>	51.94	3.88	<b>24.97</b>
7-9	37.21	6.31	17.48
6-13	21.80	9.00	9.97
6-11	11.75	17.5	4.98

Como esperado os coeficientes de Lagrange das Tabelas 1 e 2 são diferentes. Isto significa que o planejamento de ações de reforço podem não ser os mesmos. É importante notar que no modelo proposto os coeficientes de Lagrange são calculados para o ponto de operação de carga desejado.

Outra simulação foi realizada considerando-se os limites inferiores e superiores de tensão iguais a 1.00 pu e 1.03 pu, respectivamente. Neste caso, os limites de fluxo de potência ativa foram considerados abertos para testar a metodologia de relaxamento de tensão. Nestas circunstâncias a técnica de corte de carga não convergiu. Já a metodologia proposta convergiu sem corte de carga, relaxando somente o limite inferior de tensão na barra 14, veja a Tabela 3. Isto mostra que a barra 14 é a mais indicada para receber reforço de suporte de potência reativa, para evitar o relaxamento do limite inferior da tensão.

Table 3: Relaxamento de limite de tensão

Barra	$V_i$	$\bar{V}_i$	RLX $V_i$ (%)	$\lambda_{q_i}^*$
14	0.9883	1.0	1.17	11.02

$\lambda_{q_i}^*$  Coeficiente de Lagrange associado com a potência reativa da barra  $i$ .

Uma análise final foi realizada considerando-se ambos os limites ativos, ou seja, os limites de fluxo de potência ativa dados no apêndice A e os limites de tensões utilizados na simulação anterior. O tradicional corte de carga não convergiu. A técnica de relaxamento convergiu sem corte de carga, relaxando os limites de fluxo de potência ativa e de tensão, como mostrado nas tabelas 4 e 5.

Tabela 4: Relaxamento de limite de fluxo

Circuito	Fluxo-MW	RLX-%	$\lambda_{F_{ij}}$
1-5	54.87	9.74	25.38
7-9	38.06	8.74	17.59
6-13	21.43	7.15	10.05
6-11	11.00	10.0	61.08

Tabela 5: Relaxamento de limite de tensão

Barra	$V_i$	$\bar{V}_i$	RLX $V_i$ (%)	$\lambda_{q_i}$
14	0.9841	1.0	1.59	12.21

Os coeficientes de Lagrange das Tabelas 4 e 5 indicam que o reforço da linha 6-11 e o reforço do suporte de potência reativa na barra 14 são as ações mais efetivas para garantir a operação do sistema no ponto de carga desejado, sem violação de restrições.

Os resultados anteriores mostram que a técnica proposta pode ser uma ferramenta muito útil para a operação de sistemas e análises de planejamento de expansão.

### 3.2 - Sistema equivalente brasileiro

O algoritmo proposto foi também aplicado no sistema equivalente brasileiro. Este sistema é composto de 1768 barras, 125 geradores e 2527 linhas de transmissão e em condição de carga pesada. O sistema possui problemas de convergência relacionados com tensão e por esta razão somente os limites de tensão são considerados.

Inicialmente, os limites inferiores e superiores de tensão são considerados de 0.94 pu e de 1.05 pu, respectivamente. Nestas condições, o método de corte de carga [4] convergiu com 68.6 Mw de corte de carga em 16 barras do sistema. Por outro lado, a metodologia proposta convergiu o caso relaxando alguns limites de tensão e o ponto de operação original foi mantido sem corte de carga, como mostra a Tabela 6.

Tabela 6: Relaxamento de limite de tensão

Barra	$V_i$	$\bar{V}_i$	RLX $V_i$ (%)
315	1.0634	1.05	1.34
354	1.0571		0.71
2885	1.0787		2.87

A Tabela 7 mostra os coeficientes de Lagrange associados às equações de potência reativa. Os

resultados mostram que a barra 2602 é a melhor candidata para suporte de potência reativa em ambas as metodologias (metodologia proposta e corte de carga).

Tabela 7: Coeficientes de Lagrange

Barra	* $\lambda_{RLX}$	** $\lambda_{LSH}$
2602	12.40	143.3
990	2.513	126.4
1704	9.600	87.90
1701	9.300	87.45
1702	9.300	87.44
1700	9.000	86.11

\*  $\lambda_{RLX} = \lambda_q$  correspondente à metodologia proposta.

\*\*  $\lambda_{LSH} = \lambda_q$  correspondente ao corte de carga.

Outra simulação foi realizada considerando os limites inferiores de tensão iguais a 0.96 pu. Nestas circunstâncias o método de corte de carga não convergiu e a metodologia proposta convergiu sem corte de carga, relaxando os limites de tensão conforme mostra a Tabela 8. Para este caso a máxima violação de limite de tensão permitida foi de 2.5%.

Tabela 8: Relaxamento de limite de tensão

Barra	$V_i$	$\underline{V}_i$	$\bar{V}_i$	RLX $V_i$ (%)
48	0.9370	0.96	1.05	2.30
304	0.9396			2.04
355	0.9350			2.50
990	0.9360			2.40
989	0.9363			2.37
1500	0.9350			2.50
315	1.0750			2.50
354	1.0661			1.61
1107	1.0648			1.48
2885	1.0750			2.50

Neste exemplo o coeficiente de Lagrange associado à barra 2602 indica que esta barra continua sendo a melhor alternativa para receber suporte de potência reativa, entretanto o tradicional método de corte de carga não pode fornecer nenhuma informação porque não convergiu.

Finalmente é realizado uma simulação considerando-se o relaxamento de 5% somente para o limite superior de tensão. A Tabela 9 mostra que esta estratégia foi mais efetiva que a simulação anterior porque ocorreu violação de limites em menos barras.

Tabela 9: Relaxamento de limite de tensão

Barra	$V_i$	$\bar{V}_i$	RLX $V_i$ (%)
315	1.0869	1.05	3.69
2885	1.0968		4.68
354	1.0801		3.01

Embora este trabalho tenha sido conduzido para relaxamento de capacidade de transmissão e limites de

tensão, ele pode também ser estendido para outras restrições relevantes.

#### 4.0 - CONCLUSÃO

Este artigo mostrou alguns aspectos relacionados com problemas mal-condicionados. Foi proposta uma metodologia para relaxar a capacidade de fluxo de potência na transmissão e limites de magnitude de tensão, de acordo com um dado critério de custo. Baseado nos resultados, os seguintes pontos podem ser enfatizados:

- O algoritmo proposto é uma importante ferramenta para analisar o sistema no ponto original de configuração de carga pesada. A solução do FPO retorna o sistema à solução relaxando os limites das restrições.
- Os coeficientes de Lagrange calculados pela metodologia proposta contêm informações importantes relacionadas com o ponto de operação original para auxiliar nas ações de planejamento da expansão.

#### 5.0 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] T.J. Overbye, "A power Flow Measure for Unsolvable Cases", *IEEE Transactions on Power systems*, vol. 9, No. 3, August 1994.
- [2] T.J. Overbye, "Computation of a Practical Method to Restore Power Flow Solvability", presented at the IEEE/PES Winter Meeting, 1994, Paper 94 WM 245-1 PWRs.
- [3] T. Van Cutsem, "An Approach to Corrective Control of Voltage Instability Using Simulation and Sensitivity", presented at the IEEE/NTUA Athens Power Tech Conference, Athens, 1993, Paper APT 445-20-08.
- [4] S. Granville, J.C.O. Mello and A.C.G. Mello, "Applications of Interior Point Method to Power Unsolvability", *IEEE Trans. On PWRs*, PWRs-11, pp.1096-1103, May, 1996.
- [5] N.K. Karmakar, "Computational Results of an Interior Point Algorithm or large Scale Linear Programming," *Mathematical Programming*, 52, pages 555-586, 1991.
- [6] Y. Wu, A. S. Debs, R. E. Mastern, "A Nonlinear Programming Approach Based on an Interior Point Method for Optimal Power Flows", presented at the IEEE/NTUA Athens Power Tech Conference, Athens 1993, Paper APT 409-17-27.
- [7] I.J. Lustig, R.E. Mastern, D.F. Shanno, "Interior Point Methods for Linear Programming: Computational State of Art", Feature article in *ORSA Journal of Computing*, Vol. 6, No. 1, Winter, 1994.
- [8] S. Granville, "Optimal Reactive Dispatch Through Interior Point Methods", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 9 No. 1, February 1994.

#### APÊNDICE A

Este apêndice apresenta os dados relevantes do sistema teste IEEE14 barras. Os dados restantes deste sistema podem ser encontrados no FTP: wahoo.ee.Washington.edu.

Tabela 10: Carga adotada

Barra	Carga - MW	Carga - MVAR
1	0.	0.
2	71.89	42.07
3	115.7	23.34
4	119.4	-9.74
5	37.68	7.934
6	75.95	47.47
7	0.	0.
8	0.	0.
9	29.5	16.6
10	9.	5.8
11	5.5	3.8
12	8.785	2.304
13	13.55	5.823
14	17.9	6.

Tabela 11: Limite de fluxo adotado

Número	Circuito	$\bar{f}$ Mw
1	1-2	100
2	1-5	50
3	2-3	70
4	2-4	60
5	2-5	40
6	3-4	50
7	4-5	100
8	4-7	50
9	4-9	20
10	5-6	45
11	6-11	10
12	6-12	10
13	6-13	20
14	7-8	50
15	7-9	35
16	9-10	50
17	9-14	15
18	10-11	20
19	12-13	30
20	13-14	10